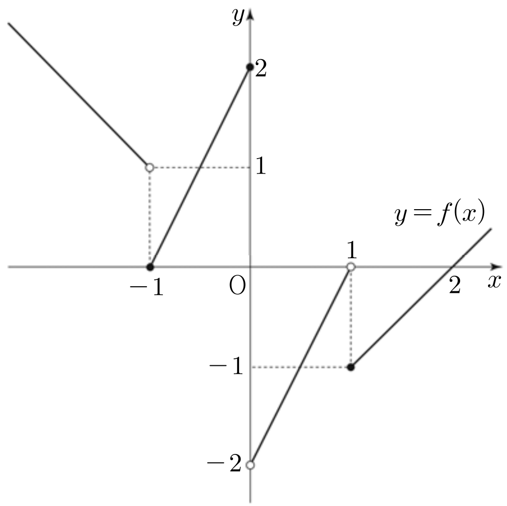
12. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점]



〈보 기〉

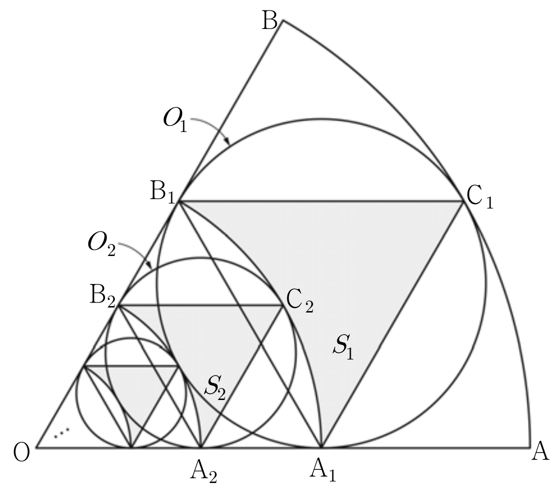
ㄱ. $\lim_{x\to+0}\{f(x)+f(-x)\}=0$

ㄴ. $\lim_{x\to1+0}f(f(x))=1$

ㄷ. 함수 $\{f(x-1)\}^2$은 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 그림과 같이 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$이고 반지름의 길이가 6인 부채꼴 OAB가 있다. 부채꼴 OAB에 내접하는 원 O_1이 두 선분 OA, OB, 호 AB와 만나는 점을 각각 A_1, B_1, C_1이라 하고, 부채꼴 OA_1B_1의 외부와 삼각형 $A_1C_1B_1$의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1이라 하자. 부채꼴 OA_1B_1에 내접하는 원 O_2가 두 선분 OA_1, OB_1, 호 A_1B_1과 만나는 점을 각각 A_2, B_2, C_2라 하고, 부채꼴 OA_2B_2의 외부와 삼각형 $A_2C_2B_2$의 내부의 공통부분의 넓이를 S_2라 하자. 위와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 부채꼴 OA_nB_n의 외부와 삼각형 $A_nC_nB_n$의 내부의 공통부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}S_n$의 값은? [4점]



① $8\sqrt{3}-3\pi$　② $8\sqrt{3}-2\pi$　③ $9\sqrt{3}-3\pi$
④ $9\sqrt{3}-2\pi$　⑤ $10\sqrt{3}-3\pi$

27. 양수 x에 대하여 $\log x$의 지표와 가수를 각각 $f(x)$, $g(x)$라 하자. $\{f(x)\}^2+3g(x)$의 값이 3이 되도록 하는 모든 x의 값의 곱은 $10^{\frac{q}{p}}$이다. $10(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) 〔4점〕

4월 교육청 : A형 응시자도 풀어야 하는 B형 문항 **정답 및 해설**

12. [출제의도] 함수의 연속성 추론하기

ㄱ. $\lim_{x\to+0} f(x)=-2$,

$\lim_{x\to+0} f(-x)=\lim_{x\to-0} f(x)=2$

$\therefore \lim_{x\to+0}\{f(x)+f(-x)\}=-2+2=0$ (참)

ㄴ. $f(x)=t$라 하면 $x\to1+0$일 때 $t\to-1+0$

$\therefore \lim_{x\to1+0} f(f(x))=\lim_{t\to-1+0} f(t)=0$ (거짓)

ㄷ. $\lim_{x\to1+0}\{f(x-1)\}^2=\lim_{x\to+0}\{f(x)\}^2$

$=(-2)^2=4$

$\lim_{x\to1-0}\{f(x-1)\}^2=\lim_{x\to-0}\{f(x)\}^2$

$=2^2=4$

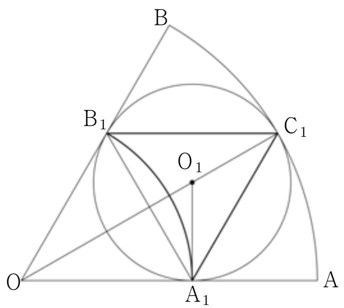
$\{f(1-1)\}^2=\{f(0)\}^2=2^2=4$

$\therefore$ 함수 $\{f(x-1)\}^2$은 $x=1$에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ

18. [출제의도] 무한급수를 활용하여 추론하기

부채꼴 OAB에서 원 O_1의 중심을 O_1이라 하자.



$\overline{OA_1}=\overline{OB_1}$이고 $\angle AOB=\frac{\pi}{3}$이므로

삼각형 OA_1B_1은 정삼각형이다.

직선 OC_1은 점 O_1을 지나므로

$\angle O_1OA_1=\frac{\pi}{6}$이다.

원 O_1의 반지름의 길이를 a라 하면

$\overline{OA_1}=\sqrt{3}a$, $\overline{OO_1}=2a$, $\overline{O_1C_1}=a$이므로

$\overline{OC_1}=3a=6$, $a=2$이고

$\overline{OA_1}=2\sqrt{3}$, $\overline{A_1C_1}=\overline{B_1C_1}=\overline{B_1A_1}=2\sqrt{3}$

이다.

▽모양의 도형 $A_1C_1B_1$의 넓이는

두 정삼각형 OA_1B_1, $A_1C_1B_1$의 넓이의 합에서

부채꼴 OA_1B_1의 넓이를 뺀 것과 같으므로

$\therefore S_1=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2-\frac{1}{2}\times(2\sqrt{3})^2\times\frac{\pi}{3}$

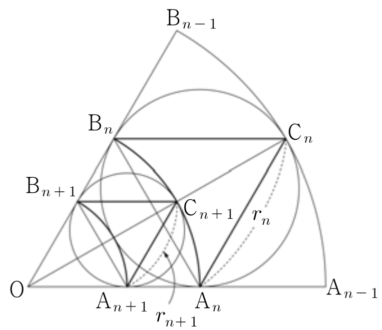
$=6\sqrt{3}-2\pi$

부채꼴 $OA_{n-1}B_{n-1}$에 내접하는 원 O_n이

두 선분 OA_{n-1}, OB_{n-1}, 호 $A_{n-1}B_{n-1}$과

만나는 점을 각각 A_n, B_n, C_n이라 하자.

(단, $A_0=A$, $B_0=B$이다.)



▽모양의 도형 $A_nC_nB_n$과

도형 $A_{n+1}C_{n+1}B_{n+1}$에서

$\overline{A_nC_n}=r_n$, $\overline{A_{n+1}C_{n+1}}=r_{n+1}$이라 하자.

$\overline{OC_{n+1}}=\overline{OA_n}=r_n$이고 $\overline{OA_{n+1}}=r_{n+1}$이므로

삼각형 $OA_{n+1}C_{n+1}$에서

$\angle OA_{n+1}C_{n+1}=\frac{2}{3}\pi$이므로

코사인법칙에 의하여 $r_n{}^2=r_{n+1}{}^2+r_{n+1}{}^2-2r_{n+1}{}^2\cos\frac{2}{3}\pi$

$r_n{}^2=3r_{n+1}{}^2$, $r_{n+1}=\frac{1}{\sqrt{3}}r_n$

두 도형의 닮음비가 $\frac{1}{\sqrt{3}}$이므로 넓이의 비는 $\frac{1}{3}$이다.

그러므로 수열 $\{S_n\}$은 첫째항이 $6\sqrt{3}-2\pi$이고

공비가 $\frac{1}{3}$인 등비수열이다.

따라서 $\sum_{n=1}^{\infty}S_n=\frac{6\sqrt{3}-2\pi}{1-\frac{1}{3}}=9\sqrt{3}-3\pi$

27. [출제의도] 지표와 가수의 성질을 활용하여 문제해결하기

$\{f(x)\}^2+3g(x)=3$에서

$g(x)=\frac{3-\{f(x)\}^2}{3}$이고 $0\le g(x)<1$이므로

$0\le\frac{3-\{f(x)\}^2}{3}<1$

$0<\{f(x)\}^2\le3$

$\therefore f(x)=1$ 또는 $f(x)=-1$

ⅰ) $f(x)=1$일 때

$g(x)=\frac{2}{3}$이므로 $\log x=\frac{5}{3}$ $\therefore x=10^{\frac{5}{3}}$

ⅱ) $f(x)=-1$일 때

$g(x)=\frac{2}{3}$이므로 $\log x=-\frac{1}{3}$ $\therefore x=10^{-\frac{1}{3}}$

ⅰ), ⅱ)에 의하여 $x=10^{\frac{5}{3}}$ 또는 $x=10^{-\frac{1}{3}}$

모든 x의 값의 곱은 $10^{\frac{4}{3}}$

따라서 $p=3$, $q=4$이고 $10(p+q)=70$