제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\sqrt[3]{8} \times \dfrac{2^{\sqrt{2}}}{2^{1+\sqrt{2}}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2^{\frac{3}{3}} \times 2^{\sqrt{2}-1-\sqrt{2}} = 1$

2. 함수 $f(x)=2x^3-x^2+6$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f' = 6x^2 - 2x$

$f'(1) = 4$

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_5 = 4,\ a_7 = 4a_6 - 16$$

을 만족시킬 때, a_8 의 값은? [3점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

$4r^2 = 16r - 16$

$r^2 - 4r + 4 = (r-2)^2 = 0$

$\therefore r = 2$

$\therefore a_8 = 4 \cdot 2^3 = 32$

* $\int_k^x f = \sim$: ① 초기값 $x=k$ 대입
② 미분

4. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)\,dt = x^3 - ax + 1$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$x=1$ 대입; $0 = 2 - a$ $\therefore a = 2$

$f(x) = 3x^2 - 2$

$\therefore f(2) = 10$

5. $\cos(\pi+\theta)=\frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi+\theta)>0$ 일 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

① $-2\sqrt{2}$　② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$　③ 1　④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$　⑤ $2\sqrt{2}$ ✓

$\cos(\pi+\theta) = \cos(\pi-\theta) = -\cos\theta$　$\therefore \cos\theta = -\frac{1}{3}$

$\sin(\pi+\theta) = -\sin(\pi-\theta) = -\sin\theta > 0$　$\therefore \sin\theta = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\therefore \tan\theta = 2\sqrt{2}$

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x^2-ax+1 & (x<2) \\ -x+1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $\{f(x)\}^2$ 이 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

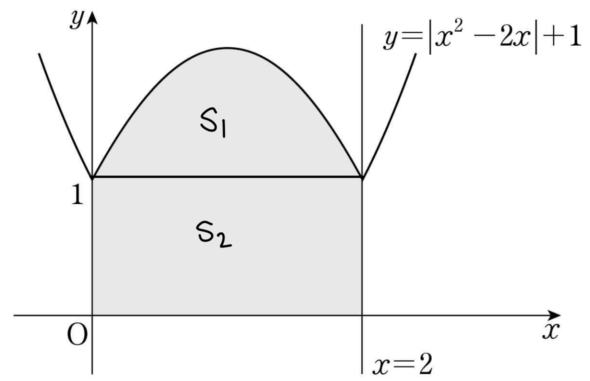
① 5 ✓　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

$f(2-) = 5-2a$
$f(2) = f(2+) = -1$

$\therefore (5-2a)^2 = 1$
$\Leftrightarrow 5-2a = \pm 1$
$\therefore a = 2$ or 3

7. 함수 $y=|x^2-2x|+1$ 의 그래프와 x 축, y 축 및 직선 $x=2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{8}{3}$　② 3　③ $\frac{10}{3}$ ✓　④ $\frac{11}{3}$　⑤ 4



$S_1 = \frac{1}{6} \times 2^3 = \frac{4}{3}$
$S_2 = 2 \times 1 = 2$

* 등차수열합 : $n \times a_{중간}$

8. 두 점 $\mathrm{A}(m,\ m+3)$, $\mathrm{B}(m+3,\ m-3)$에 대하여 선분 AB를 $2:1$로 내분하는 점이 곡선 $y=\log_4(x+8)+m-3$ 위에 있을 때, 상수 m의 값은? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$M(m+2,\ m-1)$

$\log_4(m+10)+m-3=m-1$

$\log_4(m+10)=2$

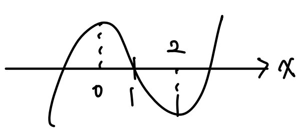
$m+10=16$

$\therefore m=6$

미분 $3x^2-6x=3x(x-2)$

9. 함수 $f(x)=|x^3-3x^2+p|$는 $x=a$와 $x=b$에서 극대이다. $f(a)=f(b)$일 때, 실수 p의 값은? (단, a, b는 $a \neq b$인 상수이다.) [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$



이 상황이어야 함

$\therefore f(1)=|p-2|=0$

$\Leftrightarrow p=2$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10}의 값은? [4점]

> (가) $|a_4|+|a_6|=8$
>
> (나) $\sum_{k=1}^{9} a_k=27$

① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

(나) $9 \times a_5=27 \Leftrightarrow a_5=3$

(가) $|3-d|+(3+d)=8$

$3-d>0$ 이면 모순

$\therefore d-3+3+d=8 \Leftrightarrow d=4$ 이고

$a_4=-1,\ a_5=3,\ a_6=7$

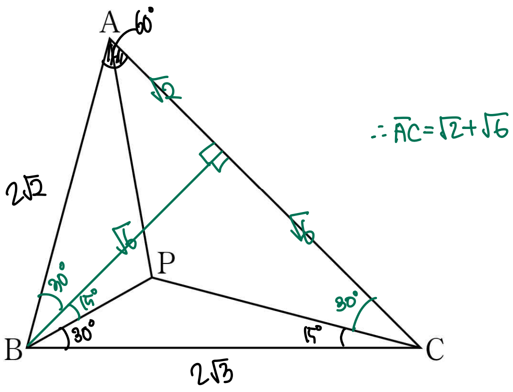
$\therefore a_{10}=3+5\cdot 4=23$

* 특수각: ① sin·cos 법칙 ② 수선내려서 비율이용하기

* 극한에서 상수항($\alpha+\beta$) 공식 이용 X

* 기울기가 1인 직선: ① $y-x$ 일정 ② 수직이등변삼각형

11. 그림과 같이 $\angle \mathrm{BAC}=60°$, $\overline{\mathrm{AB}}=2\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{BC}}=2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle \mathrm{PBC}=30°$, $\angle \mathrm{PCB}=15°$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



$\therefore \overline{AC}=\sqrt{2}+\sqrt{6}$

① $\dfrac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\dfrac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$ ④ $\dfrac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

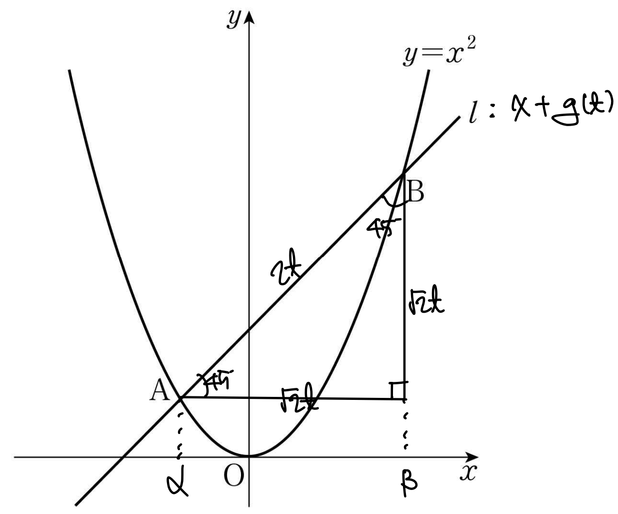
$\dfrac{2\sqrt{3}}{\sin(\pi-45°)}=\dfrac{\overline{PC}}{\sin 30°} \Leftrightarrow \overline{PC}=2\sqrt{3}\times\dfrac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{6}$

$\therefore \triangle APC=\frac{1}{2}\times(\sqrt{2}+\sqrt{6})\times\sqrt{6}\times\sin 30°$

$=\dfrac{3+\sqrt{3}}{2}$

12. 곡선 $y=x^2$과 기울기가 1인 직선 l이 서로 다른 두 점 A, B에서 만난다. 양의 실수 t에 대하여 선분 AB의 길이가 $2t$가 되도록 하는 직선 l의 y절편을 $g(t)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{t\to\infty}\frac{g(t)}{t^2}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{1}{16}$ ② $\dfrac{1}{8}$ ③ $\dfrac{1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{2}$ ⑤ 1



$\beta-\alpha=\sqrt{2}t$

$x^2-x-g(t)=0 \rightarrow \alpha+\beta=1,\ \alpha\beta=-g(t)$

$\therefore (\beta-\alpha)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta$

$\Leftrightarrow 2t^2=1+4g(t)$

$\Leftrightarrow \dfrac{g(t)}{t^2}=\dfrac{2t^2-1}{4t^2}$

* 2차함수: 축에 대해 대칭

* 실수전체 미분가능
- ① 미분불가능 의심점 찾기
- ② 연속
- ③ 좌·우 미분계수 동일

* 2차함수 넓이 공식

13. 두 함수

$$f(x)=x^2+ax+b,\ g(x)=\sin x$$

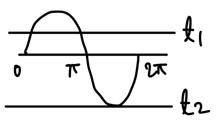
가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이고, $0 \le a \le 2$이다.) [4점]

> (가) $\{g(a\pi)\}^2=1$
>
> (나) $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식 $f(g(x))=0$의 모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$이다.

① 3　② $\frac{7}{2}$　③ 4　④ $\frac{9}{2}$　⑤ 5

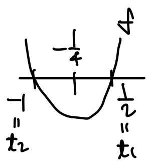
(가) $a=\frac{1}{2}$ or $\frac{3}{2}$

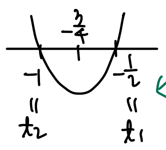
(나) $f(t)=0$. $g(x)=t$ 의 x합 $\frac{5}{2}\pi$ 이려면



즉 $0<t_1<1$, $t_2=-1$ 이어야 함.

i) $a=\frac{1}{2}$　　ii) $a=\frac{3}{2}$





모순

$\therefore a=\frac{1}{2}$. $f(x)=(x+1)(x-\frac{1}{2})$

$\therefore f(2)=3\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$

14. 세 양수 a, b, k에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} ax & (x<k) \\ -x^2+4bx-3b^2 & (x \ge k) \end{cases}$$

$= -(x-b)(x-3b)$

라 하자. 함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

> < 보 기 >
>
> ㄱ. $a=1$이면 $f'(k)=1$이다.
>
> ㄴ. $k=3$이면 $a=-6+4\sqrt{3}$이다.
>
> ㄷ. $f(k)=f'(k)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ $f'(k^-)=a=1$

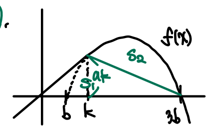
ㄴ. $\begin{cases} 3a=-3b^2+12b-9 \\ a=-6+4b \end{cases}$

$\therefore -18+12b=-3b^2+12b-9$

$\Leftrightarrow b^2=3 \Leftrightarrow b=\sqrt{3}$

$\therefore a=4\sqrt{3}-6$

ㄷ.



$f(k)=f'(k) \Leftrightarrow ak=a$ $\therefore k=1$

$\begin{cases} a=-1+4b-3b^2 \\ a=-2+4b \end{cases}$

$-2+4b=-1+4b-3b^2$

$\Leftrightarrow b=\frac{1}{\sqrt{3}}$. $a=\frac{4}{\sqrt{3}}-2$

$S_1=\frac{1}{2}\times 3b\times ak=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times(\frac{4}{\sqrt{3}}-2)=2-\sqrt{3}$

$S_2=\frac{1}{6}\times(3b-k)^3=\frac{1}{6}\times(\sqrt{3}-1)^3$
$=\sqrt{3}-\frac{5}{3}$

$\therefore S_1+S_2=\frac{1}{3}$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_{n+1}+a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1}+a_n) & (a_{n+1}+a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1=1$일 때, $a_6=34$가 되도록 하는 모든 a_2의 값의 합은? [4점]

① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

a_4+a_5가 홀수면서 34 불가 ∴ $a_4+a_5=68$

n	a_n			
1	1			
2	$2k$	$2k-1$		
3	$2k+1$	k		
4	$4k+1$	k홀수: $3k'-2$ $(k=2k'-1)$		k짝수: $6k'-1$ $(k=2k')$
5	$3k+1$ ①	k'짝수: $5k'-3$ ②	k'홀수: $\frac{5k'-3}{2}$ ③	$8k'-1$ ④
6	34			

① $7k+2=68$ (x)

② $8k'-5=68$ (x)
(단, k' 짝수)

③ $\frac{11k'-7}{2}=68$ $\Leftrightarrow 11k'=143$
(단, k' 홀수) $\Leftrightarrow k'=13$ (o)

∴ $a_2=2k-1=2(2k'-1)-1=49$

④ $14k'-2=68$ $\Leftrightarrow k'=5$ (o)

∴ $a_2=2k-1=2(2k')-1=19$

∴ $19+49=68$

단 답 형

16. $\log_2 96-\frac{1}{\log_6 2}$ 의 값을 구하시오. [3점]

④

$\log_2\frac{96}{6}=\log_2 16=4$

17. 직선 $y=4x+5$가 곡선 $y=2x^4-4x+k$에 접할 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

11

$8x^3-4=4 \Leftrightarrow x=1$

$2-4+k=4+5$

$\Leftrightarrow k=11$

18. n이 자연수일 때, x에 대한 이차방정식

$$x^2-5nx+4n^2=0$$

의 두 근을 α_n, β_n이라 하자.

$\sum_{n=1}^{7}(1-\alpha_n)(1-\beta_n)$의 값을 구하시오. [3점]

427

$(x-\alpha_n)(x-\beta_n)=x^2-5nx+4n^2$

$\therefore \sum_{n=1}^{7}(4n^2-5n+1)$

$=4\cdot\frac{7\cdot8\cdot15}{6}-5\cdot\frac{7\cdot8}{2}+7$

$=7\{80-20+1\}=7\cdot61=427$

19. 시각 $t=0$일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t\geq0)$에서의 속도가 각각

$$v_1(t)=3t^2-15t+k,\ \ v_2(t)=-3t^2+9t$$

이다. 점 P와 점 Q가 출발한 후 한 번만 만날 때, 양수 k의 값을 구하시오. [3점]

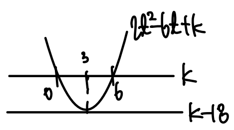
18

$P_1(t)=t^3-\frac{15}{2}t^2+kt$

$P_2(t)=-t^3+\frac{9}{2}t^2$

$P_1(t)-P_2(t)=2t^3-12t^2+kt$

$=t(2t^2-6t+k)$



$k>0$ 이고 $2t^2-6t+k=0$ 의 양수인 근 1개

$\rightarrow k-18=0 \iff k=18$

20. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=1$인 삼차함수 $f(x)$와 양의 실수 p에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0)=0$

(나) $g(x)=\begin{cases} f(x-p)-f(-p) & (x<0) \\ f(x+p)-f(p) & (x\geq0) \end{cases}$

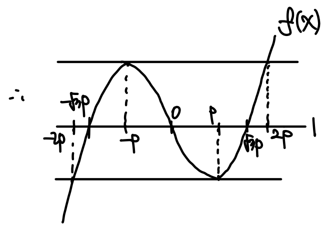
$\int_0^p g(x)\,dx=20$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

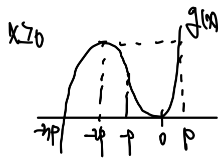
66

$g'(0-)=f'(-p)=0$

$g'(0+)=f'(p)=0$

$\therefore$





$\therefore g(x)=x^2(x+3p)\ \ (x\geq0)$

$\int_0^p g(x)\,dx=\frac{p^4}{4}+p^4=\frac{5}{4}p^4=20$

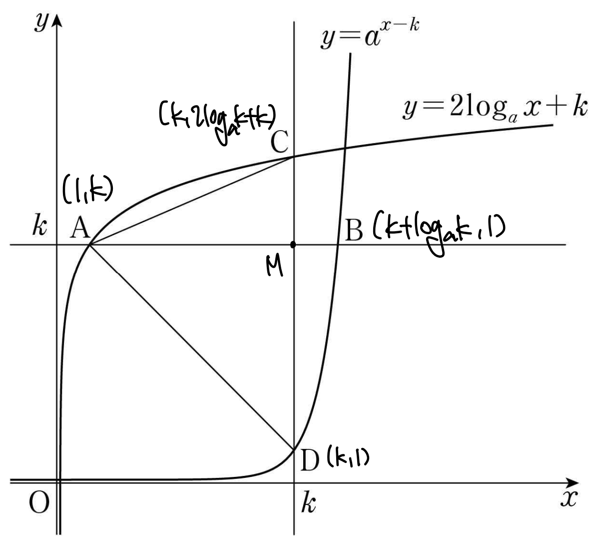
$\iff p=2$

$\therefore f(x)=x(x-2\sqrt{3})(x+2\sqrt{3})+1=x(x^2-12)+1$

$f(5)=65+1=66$

21. 그림과 같이 1보다 큰 두 실수 a, k에 대하여 직선 $y=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $x=k$가 두 곡선 $y=2\log_a x+k$, $y=a^{x-k}$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. $\overline{AB}\times\overline{CD}=85$이고 삼각형 CAD의 넓이가 35일 때, $a+k$의 값을 구하시오. [4점]

12



$\square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{CD}=\frac{85}{2}$

$\triangle CBD=\frac{85}{2}-35=\frac{15}{2}$

$\therefore \overline{AM}:\overline{MB}=k-1:\log_a k=35:\frac{15}{2}=14:3$

$\therefore k-1=14t,\ \log_a k=3t$ 라하면

$85=17t\times10t$

$\therefore t=\frac{1}{2}$

$\therefore k=8,\ a^{\frac{3}{2}}=8 \iff a=4$

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=|f(x)-t|$라 할 때, $\lim_{x\to k}\frac{g(x)-g(k)}{|x-k|}$의 값이 존재하는 서로 다른 실수 k의 개수를 $h(t)$라 하자.
함수 $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

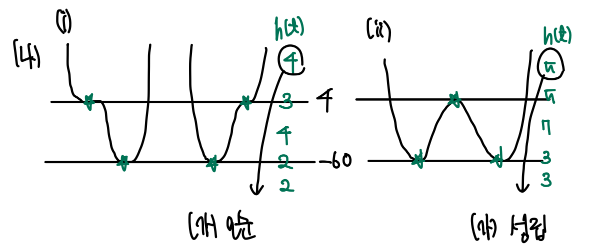
> (가) $\lim_{t\to4+}h(t)=5$
>
> (나) 함수 $h(t)$는 $t=-60$과 $t=4$에서만 불연속이다.

$f(2)=4$이고 $f'(2)>0$일 때, $f(4)+h(4)$의 값을 구하시오. [4점]

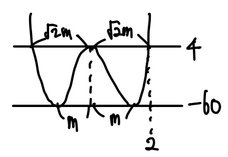
1729

$\lim_{x\to k+}\frac{g(x)-g(k)}{x-k}=g'(k+)$, $\lim_{x\to k-}\frac{g(x)-g(k)}{-(x-k)}=-g'(k-)$

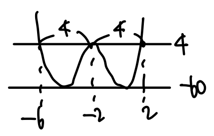
$\therefore g'(k+)=-g'(k-)$ 이므로 ①기울기 부호 반대고 꺾이는지점 or ②기울기 0 인지점 세기



$\therefore$ (ii)의 경우 이다.



극대극소차 $64=1\cdot m^4 \iff m=2\sqrt{2}$ 이므로



이고 $f(x)=(x-2)(x+2)^2(x+6)+4$ 이다.

$\therefore f(4)=2\cdot6^2\cdot10+4=1724$

$h(4)=5$

* 확인 사항
  - 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
  - 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{(2n+1)(3n-1)}{n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$3^n-2^n < a_n < 3^n+2^n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^{n+1}+2^n}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$\lim_{n\to\infty}\left(1-\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)=1 \le \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^n} \le \lim_{n\to\infty}\left(1+\left(\frac{2}{3}\right)^n\right)=1$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{3^n}=1$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{\frac{a_n}{3^n}}{3+\left(\frac{2}{3}\right)^n}=\frac{1}{3}$

25. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{2n}-6n}{a_n+5}=4$$

일 때, a_2-a_1의 값은? [3점]

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$a_n = d(n-1)+a$

$\lim_{n\to\infty}\frac{d(2n-1)+a-6n}{d(n-1)+a+5} = \frac{2d-6}{d} = 4$

$\therefore d=-3$

$\therefore a_2-a_1=d=-3$

26. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}(n^2+1)a_n=3,\ \lim_{n\to\infty}(4n^2+1)(a_n+b_n)=1$$

일 때, $\lim_{n\to\infty}(2n^2+1)(a_n+2b_n)$의 값은? [3점]

① -3 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{9}{2}$ ⑤ -5

$\lim_{n\to\infty}(1+\frac{1}{n^2})(n^2a_n)=3$ $\therefore \lim_{n\to\infty}n^2a_n=3$

$\lim_{n\to\infty}(4+\frac{1}{n^2})(n^2a_n+n^2b_n)=1$ $\therefore \lim_{n\to\infty}(n^2a_n+n^2b_n)=\frac{1}{4}$

$\lim_{n\to\infty}n^2b_n=-\frac{11}{4}$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(2+\frac{1}{n^2})(n^2a_n+2n^2b_n) = 2(3-\frac{11}{2}) = -5$

$*S_{n+1}-S_n=a_{n+1}$

27. $a_1=3$, $a_2=-4$인 수열 $\{a_n\}$과 등차수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{a_k}{b_k}=\frac{6}{n+1}$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}a_nb_n$의 값은? [3점]

① -54 ② $-\frac{75}{2}$ ③ -24 ④ $-\frac{27}{2}$ ⑤ -6

$\frac{a_{n+1}}{b_{n+1}}=\frac{6}{n+2}-\frac{6}{n+1}=\frac{-6}{(n+2)(n+1)}$

$\frac{a_1}{b_1}=3 \quad \Leftarrow b_1=1$

$\frac{a_2}{b_2}=\frac{-6}{3\cdot 2}=-1 \quad \Leftarrow b_2=4$

$\therefore b_n=3n-2 \qquad \therefore a_{n+1}=\frac{-6(3n+1)}{(n+2)(n+1)}$

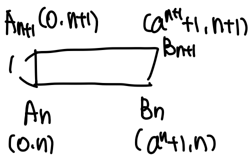
$\therefore \lim_{n\to\infty}a_nb_n=\lim_{n\to\infty}\frac{-6(3n-2)^2}{(n+1)n}=-54$

28. $a>0$, $a\neq 1$인 실수 a와 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$이 y축과 만나는 점을 A_n, 직선 $y=n$이 곡선 $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 B_n이라 하자. 사각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}\mathrm{A}_{n+1}$의 넓이를 S_n이라 할 때,

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{B}_n\mathrm{B}_{n+1}}}{S_n}=\frac{3}{2a+2}$$

을 만족시키는 모든 a의 값의 합은? [4점]

① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3



$\therefore S_n=\frac{1}{2}(a^n+a^{n+1}+2)$

$\overline{B_nB_{n+1}}^2=(a^{n+1}-a^n)^2+1$

$\therefore \lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{(a^{n+1}-a^n)^2+1}}{a^n+a^{n+1}+2}=\frac{3}{2a+2}$

i) $0<a<1$

$\frac{2\sqrt{0+1}}{0+0+2}=1=\frac{3}{2a+2} \qquad \therefore a=\frac{1}{2}$

ii) $a>1$

$\lim_{n\to\infty}\frac{2\sqrt{(a-1)^2+\frac{1}{a^{2n}}}}{1+a+\frac{2}{a^n}}=\frac{2(a-1)}{1+a}=\frac{3}{2(a+1)}$

$\therefore a=\frac{7}{4}$

$\therefore \frac{1}{2}+\frac{7}{4}=\frac{9}{4}$

단답형

29. 자연수 n에 대하여 x에 대한 부등식 $x^2-4nx-n<0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 a_n이라 하자. 두 상수 p, q에 대하여

$$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{na_n}-pn\right)=q$$

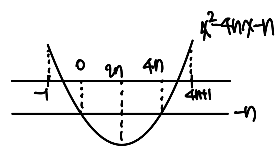
일 때, $100pq$의 값을 구하시오. [4점]

50

$x^2-4nx-n=0$

$\Leftrightarrow x=2n\pm\sqrt{4n^2+n}$

$2n+\sqrt{4n^2}<2n+\sqrt{4n^2+n}<2n+\sqrt{4n^2+4n+1}$ 이므로



$\therefore$ $0\le x\le 4n$ 이서 $a_n=4n+1$

$\therefore \lim_{n\to\infty}(\sqrt{4n^2+n}-pn)=q$ 이면 $p=2$ 이고

$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{\sqrt{4n^2+n}+2n}=q \Leftrightarrow q=\frac{1}{4}$

$\therefore 100pq=50$

30. 함수

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}-x}{x^{2n}+1}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $2k-2\le|x|<2k$일 때,
>
> $g(x)=(2k-1)\times f\left(\frac{x}{2k-1}\right)$
>
> 이다. (단, k는 자연수이다.)

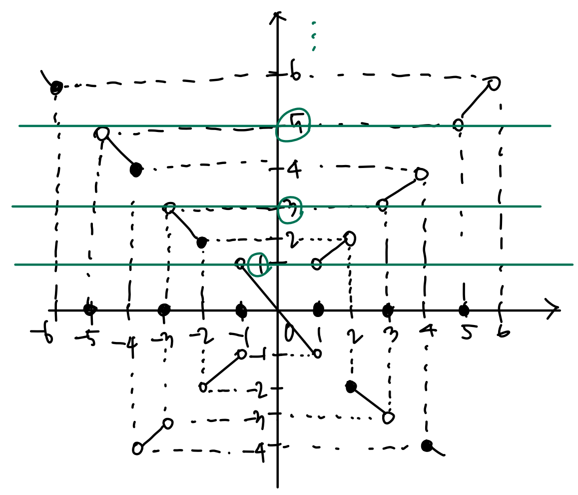
$0<t<10$인 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 함수 $y=g(x)$의 그래프와 만나지 않도록 하는 모든 t의 값의 합을 구하시오. [4점]

25

$$f(x)=\begin{cases}\frac{0-x}{0+1}=-x & (|x|<1)\\ \frac{0}{2}=0 & (|x|=1)\\ \lim_{x\to\infty}\frac{x-\frac{x}{x^{2n}}}{1+\frac{1}{x^{2n}}}=x & (|x|>1)\end{cases}$$

$$\therefore f(x)=\begin{cases}-x & (|x|<1)\\ 0 & (|x|=1)\\ x & (|x|>1)\end{cases}$$

$$g(x)=\begin{cases}-x & (2k-2\le|x|<2k-1)\\ 0 & (|x|=2k-1)\\ x & (2k-1<|x|<2k)\end{cases}$$



$t=1,3,5,7,9$ $\therefore 25$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.