

2025학년도 TON 모의고사 문제지

수 학 영 역

홀수형

성명

수험 번호

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

사건의 지평선 너머로

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
 - 공통과목 1~8 쪽
 - 선택과목
 - 미적분 9~12 쪽

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

불사조

5지선다형

1. $\left(\frac{2^{\log_3 18}}{2^{\log_3 2}}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

2. 함수 $f(x) = 3x^3 - k^2x + 9k$ 가 $f'(2) = 0$ 을 만족시킬 때, 양수 k 에 대하여 $f(2)$ 의 값은? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2 = 2, a_3 + a_5 = 20$$

를 만족시킬 때, a_1 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax + 2 & (x < a) \\ 2x^2 + a & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 상수 a 의 값의 합은? [3점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 인 θ 에 대하여 $\cos(\theta - \frac{\pi}{2}) = -\frac{\sqrt{13}}{7}$ 일 때,
 $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{13}}{6}$ ② $-\frac{\sqrt{13}}{7}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{13}}{7}$ ⑤ $\frac{\sqrt{13}}{6}$

6. 함수 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 3x + 9$ 가 $x = \alpha$, $x = \beta$ 에서
 극값을 가질 때, $2(\alpha + \beta)$ 의 값은? (단, α , β 는 상수이다.) [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

7. 양수 a 에 대하여 함수 $y = 3^x + a$ 의 그래프의 점근선이
 두 곡선 $y = \log_{\frac{1}{9}}(2x+5)$, $y = \log_3(3x-2k)$ 의 점근선과

만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 10$ 일 때,
 양수 k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{31}{4}$ ② $\frac{35}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ $\frac{45}{4}$

8. $f(1) = 0$ 이고 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여

$$\int_1^4 f(x)dx \text{의 값이 } 0 \text{이고 } f(x) \text{의 최댓값이 } 2a + \frac{15}{4} \text{일 때,}$$

$|f'(10)|$ 의 값은? [3점] (단, $a < 0$)

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

9. 첫째항이 -3 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_{n+1} = S_1 - a_n$$

를 만족시킬 때, a_6 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

10. 원점을 지나고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 곡선 $y = xf(x)$ 가 점 $(1, 2)$ 에서의 접선이 서로 수직일 때, $f(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 25 ② 30 ③ 35 ④ 40 ⑤ 45

11. 공차의 차가 1인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 $m (m \geq 3)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) |a_1 - b_1| = 6$$

$$(나) a_{m+1} = b_{m+1}, a_{m-1} - b_{m+3} = 11$$

$\sum_{k=1}^{3m} a_k = 5$ 일 때, $\sum_{k=1}^{3m} b_k$ 의 값은? [4점]

- ① 50 ② 45 ③ 40 ④ 35 ⑤ 30

12. 정수 a 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < a) \\ -f(x-2a) & (x \geq a) \end{cases}$$

이다. 실수 t 에 대하여 $t \leq a$ 에서 $\int_{t-a}^{t+a} g(x)dx$ 의

최댓값이 12이다. $f(0) = 3$ 일 때, $|f(12)|$ 의 값은? [4점]

- ① 36 ② 39 ③ 42 ④ 45 ⑤ 48

13. 양수 k 에 대하여 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 t 에 대하여 방정식 $f(x) = tx$ 의 서로 다른 실근 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 가 불연속인 점의 개수가 1이다.
 (나) $f(k) = 0, k^2 = b^2$

$f(3) = 24$ 일 때, 모든 $a+b$ 의 값의 합은?
 (단, a, b 는 정수) [4점]

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

14. 양수 a 에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P와 점 Q의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도는 각각

$$v_1(t) = t(t-a)(t-2a), \quad v_2(t) = 2t - 3$$

이다. 두 점 P와 Q는 시각 $t = 0$ 일 때 각각 점 A(2)와 점 B(6)에서 출발하여 수직선 위를 움직인다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?
 (단, $a_1(t)$ 는 점 P에서의 가속도이다.) [4점]

— < 보 기 > —

ㄱ. 점 P는 출발한 후 운동 방향을 두 번 바꾼다.
 ㄴ. $a = \frac{1}{2}$ 일 때, $\int_0^1 |a_1(t)| dt = 4$ 이다.
 ㄷ. $a = 1$ 일 때, 출발한 시각부터 두 점 P, Q 사이의 거리가 $t = 4$ 일 때 8이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n + 2}{2} & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \\ \frac{a_n + 1}{2} & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $3a_5^2 - 4a_5a_6 + a_6^2 = 0$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 150 ② 153 ③ 156 ④ 159 ⑤ 162

단답형

16. 방정식 $\log_3(x-3) = \log_9(x-1)$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 방정식 $x^4 - 16x^2 - 3k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하십시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k - 1) = \sum_{k=1}^{10} (3b_k + 2), \quad 2 \sum_{k=1}^{10} a_k = \sum_{k=1}^{10} 5b_k + 45$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k \sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = 2\sin ax + b$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. [3점]

(가) $f(\pi) = 1$

(나) $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, x 에 대한 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 실근 개수는 4이다.

20. 모든 항의 계수가 정수이고 역함수가 존재하는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(f(x)) + x^2 = 0$ 과

방정식 $f(f(x)) - x^2 = 0$

을 모두 만족시키는 x 의 값은 α 뿐이다.

$f'(2) = 3$ 일 때, $f(5)$ 의 값의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. [4점]

21. 두 자연수 a, b 와 양수 α 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{-|x|+3} + a & (x < \alpha) \\ -2^{-x+3} + b & (x \geq \alpha) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, 모든 $a+b$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

실수 t 에 대하여 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 $\lim_{t \rightarrow b^+} g(t) = 2 \times g(b)$ 를 만족시킬 때, 함수 $g(t)$ 가 불연속인 모든 t 의 개수가 3이고 그 합이 24이다.

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 모든 자연수 n 에 대하여 $f(n)$ 의 $n+1$ 제곱근 중 실수인 것의 개수를 $g(n)$ 이라 하자. 두 함수 $f(x), g(n)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(g(k)) \times f'(g(k)) \neq 0$ 를 만족시키는 자연수 k 의 값은 α, β 뿐이다.
 (나) 실수 m 에 대하여 $f(m) = 0$ 을 만족시키는 자연수 m 의 개수는 3이다.

$g(\alpha\beta) = 2$ 일 때, $f(\alpha + \beta)$ 의 최솟값을 구하시오.
 (단, $\alpha < \beta$) [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{2x}-1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

24. 곡선 $x^2y + e\sqrt{x} = xe^{x+y}$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는? [3점]

- ① $\frac{e}{1-e}$ ② $\frac{3e}{2-2e}$ ③ $\frac{2e}{1-e}$ ④ $\frac{5e}{2-2e}$ ⑤ $\frac{3e}{1-e}$

25. 양의 실수 전체의 집합에서 정의되고 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 있다. $g(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이고, $g'(x)$ 는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다. 1보다 큰 상수 a 에 대하여

$$\int_1^a \frac{e^{f(x)}}{g'(f(x))} dx \leq 2e^4$$

이고 $f(1) = 4$ 일 때, $f(a)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 4 ② $4 + \ln 2$ ③ $4 + \ln 3$
 ④ $4 + 2\ln 2$ ⑤ $4 + \ln 5$

26. 양수 k 에 대하여 $(-2, 0)$ 을 지나고 기울기가 k 인 직선과 $y = 3x$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 하자. $\tan \theta$ 의 최솟값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, k 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ 1 ④ $\frac{10}{9}$ ⑤ $\frac{11}{9}$

27. 모든 항이 양수인 세 등비수열 $\{a_n\}, \{b_n\}, \{c_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 1}{a_n + 2^n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{b_n - a_n}{a_n + b_n} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + b_n}{b_n + c_n} = \frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{c_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{54}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ $\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

28. 실수 a 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = 3e^{-x^2} + a$$

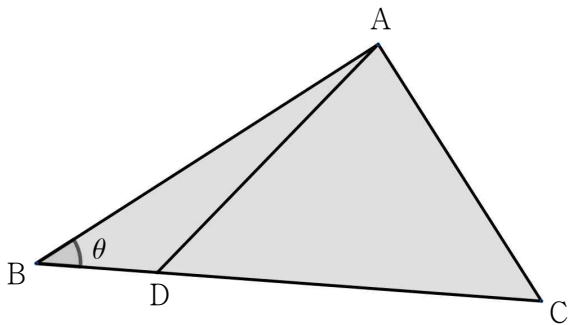
이다. 실수 t 에 대하여 방정식 $|f'(x)| = |f'(t)|$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 다음 조건을 만족시킬 때, 양수 α 의 값은? [4점]

함수 $g(t)$ 에 대하여 $\{-\alpha, \alpha\} = \{t \mid g(t) = 2\}$ 이다.

- ① $\frac{\sqrt{2}}{16}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\sqrt{2}$

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AC} = 6$ 이고 $\angle ABC = \theta$ 인 삼각형 ABC가 있다. 점 A를 지나는 직선이 선분 BC 위에 $\overline{BD} = 2$, $\overline{AB} = \overline{CD}$ 가 되도록 D를 잡는다. 삼각형 ABC의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\cos\theta_0 = \frac{4}{5}$ 인 θ_0 에 대하여 $-5 \times S'(\theta_0)$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



30. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |(x+1)(x-3)e^{2x}|$$

에 대하여 함수 $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖는다. 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\frac{4 \times f'(a_2) - f'(a_4)}{a_1}$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.