

1. 점 $(3, a)$ 를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하였더니 점 $(b, -5)$ 으로 옮겨졌다. 이때 $a+b$ 의 값은?1. (단, a, b 는 상수이다.) [4.5점]

- ① -7 ② -5 ③ -3
 ④ -1 ⑤ 1

sol: $\begin{cases} b = 3 - 1 \\ a + 2 = -5 \end{cases}$
 $\Rightarrow \begin{cases} a = -7 \\ b = 2 \end{cases}$

2. 두 집합 $A = \{1, 3, a\}$, $B = \{-5, 1, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, $b-a$ 의 값은?2. (단, a, b 는 상수이다.) [4.5점]

- ① 4 ② 5 ③ 6
 ④ 7 ⑤ 8

sol: $\begin{cases} a = -5 \\ b = 3 \end{cases}$
 $\Rightarrow b - a = 8$

3. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 두 함수 f, g 는 각각 X 에서 X 로의 함수이다. f 가 항등함수, g 가 상수함수이고 $f(2) = g(4)$ 일 때, $f(1) + g(3)$ 의 값은?3. [4.5점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

sol: $f(x) = x \ (x \in X)$
 $\Rightarrow f(2) = 2$
 $\Rightarrow g(4) = 2$
 $\Rightarrow g(x) = 2 \ (x \in X)$
 $\Rightarrow f(1) + g(3) = 1 + 2 = 3$

4. 두 집합 $A = \{a, b, c\}$, $B = \{c, d, e, f\}$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?4. [4.6점] (a, b, c, \dots, f 는 서로 다르다.)

보기
㉠. $a \notin A \cap B$ ㉡. $n(A \cup B) = 7$ ㉢. $\{e, f\} \subset B - A$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

sol: ㉠. $A \not\subset B$ 이므로 $A \not\subset A \cap B$.

㉡. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 3 + 4 - 1$
 $= 6 \neq 7$.

㉢. $B - A = \{d, e, f\}$ 이므로 $\{e, f\} \subset B - A$

5. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 12 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여 조건 p 가 $p: x^2 - 6x < 0$ 일 때, 조건 $\sim p$ 의 진리집합의 모든 원소의 합은? [4.6점]

- ① 0 ② 6 ③ 12
- ④ 18 ⑤ 24

sol: $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
 $\& P = \{x | x^2 - 6x < 0\}$
 $= \{x | x(x-6) < 0\}$
 $= \{x | 0 < x < 6\}$
 $= \{1, 2, 3, 4\}$
 $\Rightarrow P^c = \{6, 12\}$

6. x, y, z 가 모두 정수일 때, 다음 중 참인 명제는? [4.7점]

- ① $-1 \leq x \leq 1$ 이면 $-1 < x < 1$ 이다.
- ② $x > 0$ 또는 $y > 0$ 이면 $x + y > 0$ 이다.
- ③ xy 가 짝수이면 x, y 는 모두 짝수이다.
- ④ $x + y$ 가 홀수이면 x, y 는 모두 홀수이다.
- ⑤ $x^2 + y^2 = z^2$ 이면 x, y, z 중 적어도 하나는 3의 배수이다.

sol: ① 반례: $x = -1$
 ② 반례: $x = -1, y = -2$
 ③ 반례: $x = 2, y = 1$
 ④ 반례: $x = 2, y = 1$

⑤의 증명

: x, y, z 가 모두 3의 배수가 아니면

$x = 3m \pm 1$
 $y = 3n \pm 1$ (m, n, k 는 정수)
 $z = 3k \pm 1$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 3(3m^2 + 3n^2 \pm 2m \pm 2n) + 2$
 $z^2 = 3(3k^2 \pm 2k) + 1$ * 모든.

7. 다음은 $3m^2 - n^2 = 10$ 을 만족시키는 정수 m, n 이 존재하지 않음을 증명한 것이다.

| 증명 |

$3m^2 - n^2 = 10$ 을 만족시키는 정수 m, n 이 존재한다고 가정하면
 $3m^2 = n^2 + 10$ 이므로 $n^2 + 10$ 은 3의 배수이다.
 정수 n 이 정수 k 에 대하여
 (i) $n = \boxed{\text{(가)}}$ 일 때
 $n^2 + 10 = 3(3k^2 + 3) + 1$ 이므로 $n^2 + 10$ 은 3의 배수가 아니다.
 (ii) $n = 3k + 1$ 일 때
 $n^2 + 10 = 3(\boxed{\text{(나)}}) + 2$ 이므로 $n^2 + 10$ 은 3의 배수가 아니다.
 (iii) $n = 3k + 2$ 일 때
 $n^2 + 10 = 3(3k^2 + 4k + 4) + \boxed{\text{(다)}}$ 이므로 $n^2 + 10$ 은 3의 배수가 아니다.
 (i), (ii), (iii)에 의하여 $n^2 + 10$ 은 3의 배수가 아니므로 가정에 모순이다.
 따라서 $3m^2 - n^2 = 10$ 을 만족시키는 정수 m, n 은 존재하지 않는다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k), g(k)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 a 라 할 때, $f(a) + g(a)$ 의 값은? [4.7점]

- ① 21 ② 23 ③ 25
- ④ 27 ⑤ 29

sol: (i) $\boxed{\text{가}} = 3k = f(k)$
 (ii) $n = 3k + 1$
 $\Rightarrow n^2 + 10 = (3k + 1)^2 + 10$
 $= 3(3k^2 + 2k + 3) + 2$
 (iii) $n = 3k + 2$
 $\Rightarrow n^2 + 10 = (3k + 2)^2 + 10$
 $= 3(3k^2 + 4k + 4) + \boxed{2} = a$
 $\Rightarrow \underline{f(2) + g(2) = 6 + 19 = 25}$

8. 직선 $l: y = ax + 2$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 후, 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 직선을 l' 이라고 하자. 두 직선 l, l' 의 교점이 x 축 위에 있을 때, 모든 실수 a 값의 합은? (단, $a \neq 0$) [4.8점]

- ① -1
- ② $-\frac{1}{2}$
- ③ 0
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ 1

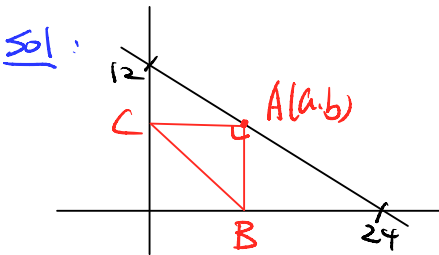
sol: ①은 $(-\frac{2}{a}, 0)$ 을 지남.

③ $y = ax + 2 \Rightarrow y = a(x-2) + 1$
 $\Rightarrow x = a(y-1) + 2$
 $\Rightarrow x = ay - 2a + 2$
 $y = 0$ 라 하면
 $\Rightarrow x = -2a + 2$
 $\therefore l'$ 은 $(-2a+2, 0)$ 을 지남.
 $\Rightarrow -\frac{2}{a} = -2a + 2 \Rightarrow 2a^2 - a - 2 = 0$
 두 근의 합: $\frac{1}{2}$

9. 좌표평면에 직선 $x + 2y = 24$ 위의 제1사분면에 있는 점 $A(a, b)$ 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발을 각각 B와 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? [4.9점]

- ① 12
- ② 24
- ③ 36
- ④ 48
- ⑤ 60

$\frac{1}{2}ab$



sol: $a > 0, b > 0, a + 2b = 24$ 일 때 $\frac{1}{2}ab$ 의 최대:
 산술-기하
 $\Rightarrow 24 = a + 2b \geq 2\sqrt{2ab}$
 $a = 2b = 12$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 가 최대
 $\Rightarrow \frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$

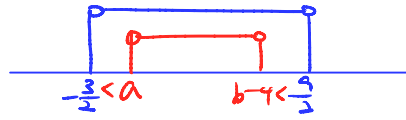
10. 자연수 x 에 대하여 두 조건 p, q 가

$p: |2x-3| < 6, q: a < x < b-4$

이고 p 는 q 이기 위한 필요조건일 때, a 의 최솟값과 b 의 최댓값의 합은? (단, a, b 는 정수이다.) [4.9점] $P \supset Q$

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

sol: $|2x-3| < 6$
 $\Leftrightarrow -6 < 2x-3 < 6$
 $\Leftrightarrow -3 < 2x < 9$
 $\Leftrightarrow \frac{-3}{2} < x < \frac{9}{2}$



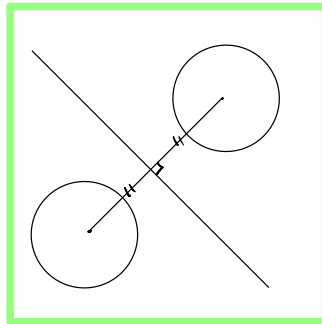
$\therefore \begin{cases} a \geq -1 \\ b-4 \leq 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \text{의 최솟값: } -1 \\ b \text{의 최댓값: } 8 \end{cases}$

11. 원 $C_1: x^2 + y^2 + 8x + 6y + 23 = 0$ 을 직선 $l: ax + by - 1 = 0$ 에 대하여 대칭이동하였더니 $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 27 = 0$ 이 되었다. $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이고, $b \neq 0$ 이다.) [5.1점] C_2

- ① 7
- ② 5
- ③ 3
- ④ 1
- ⑤ -1

sol: $C_1: (x+4)^2 + (y+3)^2 = 2$
 $C_2: (x-2)^2 + (y-5)^2 = 2$

$\Rightarrow C_1, C_2$ 의 중심: $A(-4, -3), B(2, 5)$.



$\Rightarrow l$ 은 선분 AB의 수직이등분선
 $\therefore y = -\frac{3}{4}(x+1) + 1$
 $\Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}$
 $\Rightarrow 3x + 4y - 1 = 0$
 $a = 3, b = 4$

12. 실수 전체의 집합 R의 두 부분집합

$$A = \{x | x^2 + 3x - 18 > 0\}, B = \{x | x^2 + ax + b \leq 0\}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

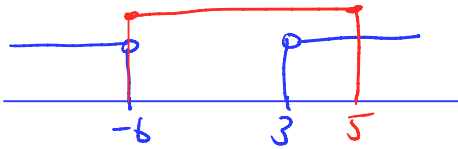
- (가) $A \cup B = R$
- (나) $A - B = \{x | x < -6 \text{ 또는 } x > 5\}$

$a+b$ 의 값은? ^{12.} (단, a, b 는 상수이다.) [5.1점]

- ① -30 ② -29 ③ -15
- ④ 23 ⑤ 31

$$\text{외: } A = \{x | (x+6)(x-3) > 0\}$$

$$= \{x | x < -6 \text{ or } x > 3\}$$



$$\Rightarrow B = \{x | -6 \leq x \leq 5\}$$

$$\Rightarrow x^2 + ax + b = (x+6)(x-5)$$

$$\therefore a = -1, b = -30.$$

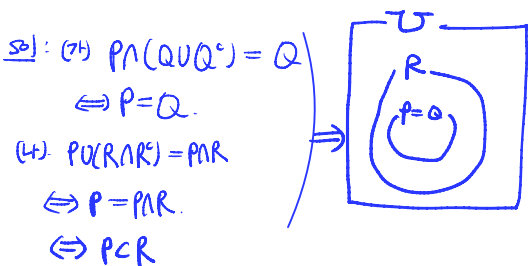
13. 전체집합 U에 대하여 세 조건 p, q, r의 진리집합을 각각 P, Q, R이라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c) = Q$
- (나) $(P \cup R) \cap (P \cup R^c) = P \cap R$

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? ^{13.} [5.3점]

| 보기 |

- ㉠ $p \rightarrow q$ $P=Q$ 이므로 $P \subset Q$.
 - ㉡ $\sim r \rightarrow \sim q$ $R^c \subset Q^c$
 - ㉢ $(p \text{이고 } r) \rightarrow p$ $P \cap R = P$ 이므로 $P \cap R \subset P$
 - ㉣ $r \text{ 또는 } q \rightarrow p$ $P \cup R \subset Q$ ← 사실 $R = P$ 인 줄 알았...
- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣
- ∴ 고른 참. 거짓이 분명함



14. 회원 수가 100명인 어느 안전 동아리의 모든 회원은 소방 안전 교육, 재난 안전 교육, 심폐 소생 교육 중 적어도 하나의 교육을 받았다. 소방 안전 교육, 재난 안전 교육, 심폐 안전 교육을 받은 회원이 각각 52명, 38명, 47명이고, 세 교육을 모두 받은 회원이 6명일 때, 하나의 교육만 받은 회원 수는? ^{14.} [5.3점]

- ① 48 ② 52 ③ 56
- ④ 60 ⑤ 69

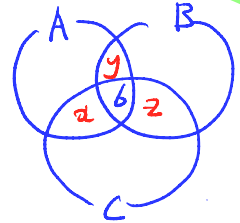
$$\text{외: } n(A \cup B \cup C) = 100$$

$$n(A) = 52$$

$$n(B) = 38$$

$$n(C) = 47$$

$$n(A \cap B \cap C) = 6$$



$$\Rightarrow 100 = 52 + 38 + 47 - \{(x+y+z) + 6 + 6 + 6\}$$

$$= 125 - (x+y+z)$$

$$\Rightarrow x+y+z = 25$$

15. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B에 대하여

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c = \{1, 10\}$$

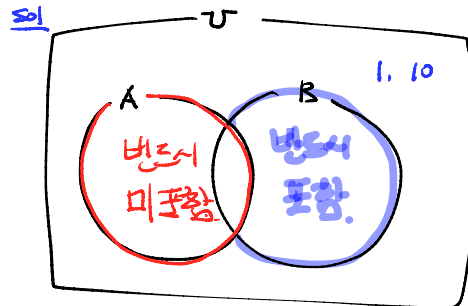
$$A \cup B^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$$

$$(A^c \cap B) \cup (B^c \cap A) = \{2, 3, 6, 7, 8, 9\}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 집합 X의 개수는? ^{15.} [5.5점]

- (가) $A \cap X = \emptyset$
- (나) $B - A \subset X \subset U$

- ① 4 ② 8 ③ 16
- ④ 32 ⑤ 64



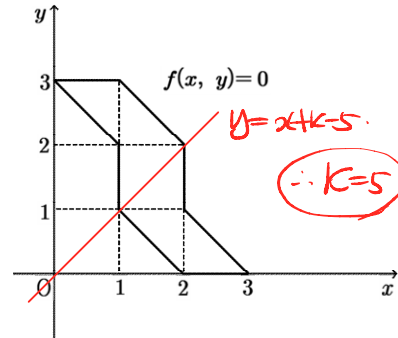
$$\Rightarrow X \text{의 개수: } 2^2$$

16. 두 조건 p, q 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? ^{16.4}
 (단, x, y 는 실수이다.) [5.6점]

보기	
<input checked="" type="checkbox"/> ㉠. $p: x < y $	\iff $q: x^2 < y^2$
<input checked="" type="checkbox"/> ㉡. $p: x = y = z$	\iff $q: (x-y)(y-z) = 0$
<input checked="" type="checkbox"/> ㉢. $p: x < y < z$	\iff $q: x-y < x-z $

- ㉠ ㉡ ㉢, ㉣
 ㉣ ㉤ ㉥, ㉦, ㉧

18. 좌표평면에서 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 그림(㉠)과 같다. 방정식 $f(3-y, x-2) = 0$ 이 나타내는 도형의 넓이가 직선 $y = -x + k$ 에 의해 이등분될 때, 상수 k 의 값은? ^{18.} [5.7점]



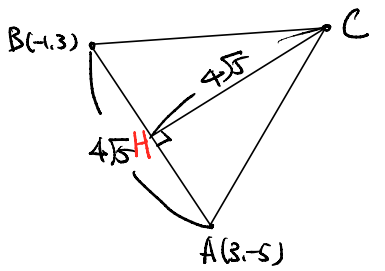
- ㉠ 1 ㉡ $\frac{3}{2}$ ㉢ 5
 ㉣ $\frac{11}{2}$ ㉤ 6

sol: $f(3-y, x-2) = 0, y = -x + k$
 $y = x$ 에 대입
 $\Rightarrow f(3-x, y-2) = 0, x = -y + k$
 y축대칭
 $\Rightarrow f(x+3, y-2) = 0, -x = -y + k$
 직선 $y = x + 3$ 에 평행함
 $\Rightarrow f(x, y) = 0, -(x-3) = -(y+2) + k$ 가 $f(x, y) = 0$ 의 법선에 이등분!
 \Downarrow
 $y = x + k - 5$

17. 좌표평면 위에 두 점 $A(3, -5), B(-1, 3)$ 와 제1사분면 위의 점 C 를 꼭짓점으로 하고 넓이가 40인 삼각형이 있다. 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값이 $p + q\sqrt{5}$ 일 때, $p - q$ 의 값은? ^{17.} (단, p, q 는 유리수이다.) [5.7점]

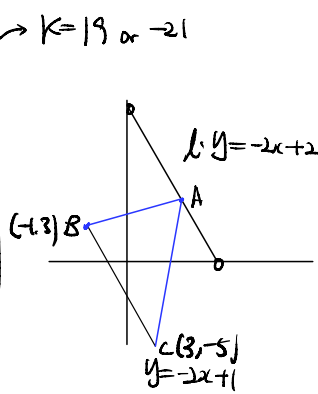
- ㉠ 16 ㉡ 17 ㉢ 18
 ㉣ 19 ㉤ 20

sol: $\frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times CH = 40 \Rightarrow CH = 4\sqrt{5}$



\Rightarrow 점 C 는 직선 AB 로부터 거리가 $4\sqrt{5}$ 인 직선
 \Rightarrow 점 C 의 자취는 기울기가 -2 인 직선

$\begin{cases} 2x + y + k = 0 \\ (-1, 3) \end{cases} \Rightarrow \frac{|1+k|}{\sqrt{5}} = 4\sqrt{5}$



\Rightarrow 점 B 를 직선 l 에 대칭점한 점은 B' 이다 하면!
 $B'(15, 11)$ 이고
 $\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{AB'} + \overline{B'C} + \overline{CA}$
 $= 4\sqrt{5} + \overline{B'A} + \overline{AC}$
 $\geq 4\sqrt{5} + \overline{B'C}$
 $= 4\sqrt{5} + 20 = 4\sqrt{5} + 20$

[논술형 1] 두 함수 $f(x) = -x + 2$, $g(x) = kx + k^2 - 5$ 가 $f \circ g = g \circ f$ 를 만족시킬 때, 양수 k 의 값을 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. 19. [6.0점]

sol: $(f \circ g)(0) = (g \circ f)(0)$

$\Rightarrow (f \circ g)(0) = f(k^2 - 5) = -k^2 + 7$

$(g \circ f)(0) = g(2) = k^2 + 2k - 5$

$\Rightarrow 2k^2 + 2k - 12 = 0$

$\Rightarrow 2(k+3)(k-2) = 0$

$\therefore k = 2$

[논술형 2] 세 다항함수

$f(x) = x^2 - 4x + 5$

$g(x) = x^2 + 3x + k$

$h(x) = x + 2$

가 있다. x 에 대한 방정식 $f(g(h(x))) = f(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 정수 k 의 개수를 구하고, 그 풀이 과정을 서술하시오. 20. [6.0점]

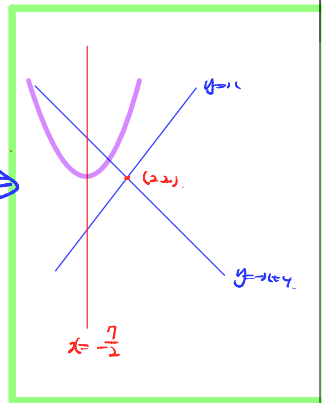
sol: $g(h(x)) = (x+2)^2 + 3(x+2) + k$
 $= x^2 + 7x + k + 10 = px^2 + qx + r$

$\Rightarrow f(px) = f(qx)$

$\Leftrightarrow px^2 - 4px + 5 = qx^2 - 4qx + 5$

$\Leftrightarrow (p(x-x))(p(x+x-4)) = 0$

$\therefore px = x$ or $px = -x + 4$



① $x^2 + 7x + k + 10 = -x + 4$ (는 서로 다른 두 실근)

$\Rightarrow x^2 + 8x + k + 6 = 0$

$D_1/4 = 4^2 - (k+6) > 0 \Rightarrow k < 10$

② $x^2 + 7x + k + 10 = x$ (는 서로 다른 두 실근)

$\Rightarrow x^2 + 6x + k + 10 = 0$

$\Rightarrow D_2/4 = 3^2 - (k+10) < 0$

$\Rightarrow k > -1$

$\therefore k = 0, 1, \dots, 9$

10개