

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

$$5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} = 5$$

2. 함수 $f(x) = x^3 - 8x + 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

$$3x^2 - 8$$

$$f'(2) = 4$$

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$$

을 만족시킬 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

$$r^2 + r = 30$$

$$r = 5$$

4. 함수

$$a - 10 = 4 - a$$

$$\Rightarrow a = 4$$

$$f(x) = \begin{cases} 5x + a & (x < -2) \\ x^2 - a & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(3x^2 - x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

$2x^2 + 2x^5$

14

6. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\frac{1}{5}$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② $-\sqrt{5}$ ③ 0 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

-5 $\sin\theta = \frac{1}{5}$ $\frac{1}{5^2}$ 5

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 3x^3 + 2x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

$f(x) = 9x^2 + 2$

8. 두 실수 $a = 2\log \frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$, $b = \log 2$ 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\log \frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$$

$$= -\log 10 + \log_2 20$$

$$= \log_2 20 - 1$$

$$= \log_2 10 \times \log_2 2$$

9. 함수 $f(x) = 3x^2 - 16x - 20$ 에 대하여

$$\int_{-2}^a f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx \quad \int_0^a f(x) dx = 0$$

일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 14 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

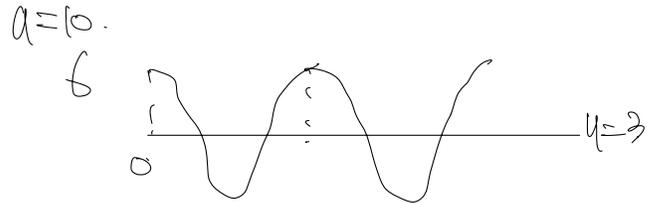
$$a^2 - 8a - 20 = 0$$

$$\frac{2}{-10}$$

10. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a \cos bx + 3$ 이

$x = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



$$\frac{2\pi}{b} = \frac{\pi}{3}$$

$$6a = b$$

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 6t \quad v(t) = 3t^2 - 3t - 6$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$$6t - 3$$

a

12. $a_1 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 = 2$ 인 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

$$\frac{a_n}{b_{n+1}} = n - \frac{1}{2} \quad b_n = 2n$$

$$a_n = (n - \frac{1}{2})b_{n+1} = (2n-1)(n+1)$$

$$a_1 = \frac{1}{2}b_2 \quad b_2 = 4 \quad d = 2$$

$$2n^2 + n - 1$$

$$\sum_{k=1}^5 \frac{2k^2 + k - 1}{2k} = 15 - 5$$

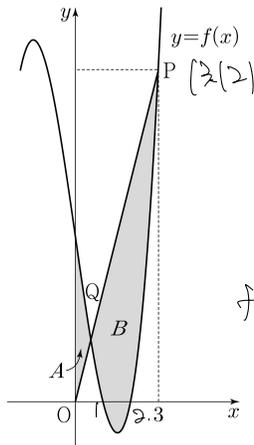
$$\frac{10}{10}$$

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

을 만족시킨다. 원점 O 와 점 $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분 OP 가 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 OQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $B-A$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ $\frac{41}{4}$ ④ $\frac{43}{4}$ ⑤ $\frac{45}{4}$



$$f(3) = 2 \times 1 \times 6 = 12$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x+p) = (x-1)(x-2)(x+3)$$

$$2p + p + 2 = -1 \quad p = -3$$

$$3p = -9$$

$$\int_0^3 4x - (x-1)(x-2)(x+3) dx$$

$$(x^3 - 3x^2 + 2x)(x+3)$$

$$x^3 - 3x^2 + 2x$$

$$3x^3 - 9x^2 + 6x$$

$$2x^3 - 11x^2 + 6x$$

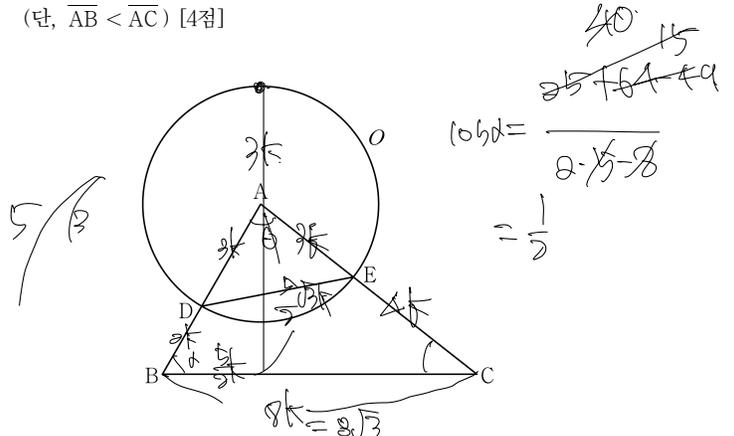
$$-\frac{1}{4}x^4 + \frac{11}{2}x^3 - 3x^2$$

$$-\frac{1}{4} \times 81 + \frac{11}{2} \times 27 - 9 = 9$$

$$= 9 \times \left(\frac{4+11-3}{4} \right)$$

14. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 위에 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 인 점 D 를 잡고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원을 O , 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점을 E 라 하자.

$\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이고, 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9 : 35$ 이다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7 일 때, 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 넓이의 최댓값은? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 20\sqrt{3}$ ③ $30 + 25\sqrt{3}$
 ④ $36 + 30\sqrt{3}$ ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

$$\frac{10}{2.5 \cdot h} = \frac{1}{h}$$

$$\frac{8k}{4\sqrt{3}} = \frac{14 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{h}}{h}$$

$$k = \sqrt{3}$$

$$4 \left(3 + \frac{5\sqrt{3}}{2} \right) k^2$$

$$12 + 10\sqrt{3}$$

$$36 + 30\sqrt{3}$$

15. 상수 $a (a \neq 3\sqrt{5})$ 와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $-\frac{a}{3}$

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다. $f(0) = 7, f'(0) = 15$

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점] 45x4

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

$f(x) = bx^2 + 15x + 7$ $\frac{\sqrt{4a^2 - 180}}{2} = 4$

$4a^2 - 180 = 144$
 $a^2 = 45 + 36 = 81$
 $a = 9$

$f(x) = 2bx^2 + 15$ $6b + 15 = 0$
 $b = -\frac{5}{2}$

$g(-2) = -8 + 4a - 30 + 7 = 5$
 $g(2) = 4b + 27 = 27 - 10 = 17$

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3) = \log_4(3x-5)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$(x-3)^2 = 3x-5$
 $x^2 - 4x + 14 = 0$ 17

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 + 4x$ 이고 $f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$3x^3 + 2x^2 + 1$
 $24 + 8 + 1 = 33$

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 12$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

48

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_5 & a_9 & a_{13} \\ a_2 & a_6 & & \\ a_3 & a_7 & & \\ a_4 & a_8 & & \end{pmatrix}$$

96

19. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$$

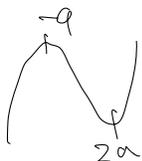
라 하자. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 $\frac{7}{27}$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$6a^2 - 6ax - 12a^2 = 0$$

$$6(a^2 - ax - 2a^2) = 0$$

$$x = -a, 2a$$

41



$$-2a^3 - 3a^3 + 12a^3$$

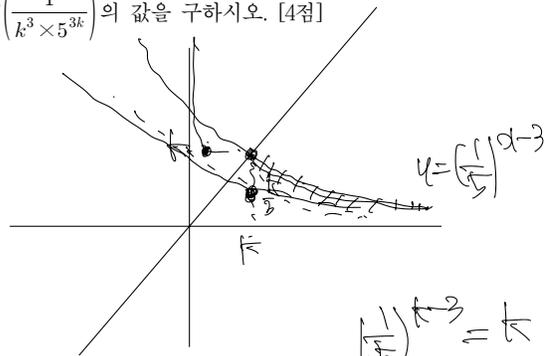
$$7a^3 = \frac{7}{27}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

20. 곡선 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 과 직선 $y=x$ 가 만나는 점의 x 좌표를 k 라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$x > k$ 인 모든 실수 x 에 대하여	$\frac{1}{3}f(f(x)) = 1$
$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 이고 $f(f(x)) = 3x$ 이다.	$\frac{1}{2}f(x) = 3f(x)$

$f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]



$$\left(\frac{1}{5}\right)^{k-3} = k$$

$$5^{k-3} = \frac{1}{k}, \quad 5^k = \frac{5^3}{k}$$

$$f\left(\frac{1}{5^k}\right) = \frac{5^9}{k^3}$$

$$-6 \log_5 x + 3$$

$$-3 \log_5 x + 9$$

$$3 \log_5 x + 9$$

$$9 + 9$$

36

21. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

$f(x) = 0, f(2x+1) = 0$
 $x = -1$

$-1+a-b+4=0 \quad a-b+3=0$
 $b=a+3$

$3x^2 + 2ax + b$

16..

$3x^2 + 2ax + a+3$

$a^2 - 3a - 4 < 0$

$16 - 12 - 4$

$x^2 + ax^2 + (a+3)x + 4$
 $-1+a-b+3+4$

(0, 4) (-1, 0)

$f(x) = \begin{vmatrix} 1 & a & a+3 & 4 \\ -1 & -a & -a+3 & -4 \\ 1 & a-1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$

$x^2 + (a-1)x + 4$

~~$-a-b+3=0$~~

$(a-1)^2 - 16 < 0$

$-4 < a-1 < 4$

$a=4$

22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수 m 의 최솟값은 3이다.

$|a_3| = |a_5|$

n	a_n
1	
2	
3	2p
4	p
5	2p
6	2p+1
7	2p+1
8	p-2
9	-6
10	-3
11	-6
12	-3

$p=0$ or $p=3$

6, -9, 24

12, p=2

p=3 => p

3p=3

p=1

~~p=1 => p-1~~
~~2p=0~~

3, 0, 0, 0

8, 10, 4, 5, 2, 1, -2

64

$6+at+24f+8+7+10$

24, 15, 54

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
 ○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $(x^3+2)^5$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [2점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

25. 정규분포 $N(m, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 256인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. $b-a$ 의 값은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 0.49 ② 0.52 ③ 0.55 ④ 0.58 ⑤ 0.61

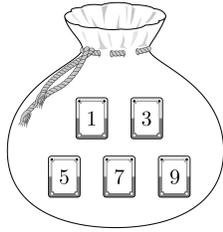
26. 어느 학급의 학생 16명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 과목 A를 선택한 학생은 9명, 과목 B를 선택한 학생은 7명이다. 이 조사에 참여한 학생 16명 중에서 임의로 3명을 선택할 때, 선택한 3명의 학생 중에서 적어도 한 명이 과목 B를 선택한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{17}{20}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

27. 숫자 1, 3, 5, 7, 9가 각각 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 \bar{X} 라 하자. $V(a\bar{X}+6) = 24$ 일 때, 양수 a 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

- (가) $f(1) \times f(6)$ 의 값이 6의 약수이다.
 (나) $2f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq 2f(6)$

- ① 166 ② 171 ③ 176 ④ 181 ⑤ 186

단답형

29. 정규분포 $N(m_1, \sigma_1^2)$ 을 따르는 확률변수 X 와 정규분포 $N(m_2, \sigma_2^2)$ 을 따르는 확률변수 Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여
 $P(X \leq x) = P(X \geq 40 - x)$ 이고
 $P(Y \leq x) = P(X \leq x + 10)$ 이다.

$P(15 \leq X \leq 20) + P(15 \leq Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것이 0.4772일 때, $m_1 + \sigma_2$ 의 값을 구하시오.
 (단, σ_1 과 σ_2 는 양수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 탁자 위에 5개의 동전이 일렬로 놓여 있다. 이 5개의 동전 중 1번째 자리와 2번째 자리의 동전은 앞면이 보이도록 놓여 있고, 나머지 자리의 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 놓여 있다. 이 5개의 동전과 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때,
 $k \leq 5$ 이면 k 번째 자리의 동전을 한 번 뒤집어 제자리에 놓고,
 $k = 6$ 이면 모든 동전을 한 번씩 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 이 5개의 동전이 모두 앞면이 보이도록 놓여 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sin^2 x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

☞

24. $\int_0^{10} \frac{x+2}{x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $10 + \ln 5$
- ② $10 + \ln 7$
- ③ $10 + 2\ln 3$
- ④ $10 + \ln 11$
- ⑤ $10 + \ln 13$

$$\int \frac{1}{x+1}$$

$$\left[x + \ln|x+1| \right]_0^{10}$$

$$10 + \ln 11$$

25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{n^2+3} = 1$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2+n} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

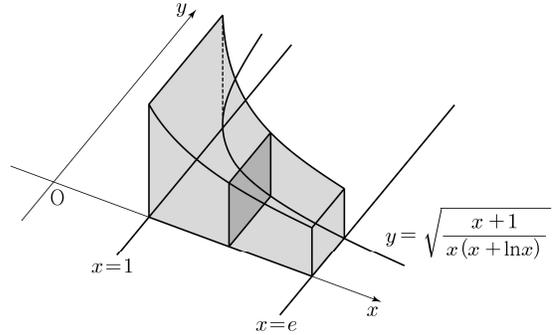
$$\frac{a_n}{n} = 1$$

$$\frac{u}{\sqrt{a_n^2+n}}$$

$$\frac{1}{n+1}$$

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\frac{x+1}{x(x+\ln x)}}$ 과 x 축 및 두 직선

$x=1, x=e$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\ln(e+1)$ ② $\ln(e+2)$ ③ $\ln(e+3)$ ④ $\ln(2e+1)$ ⑤ $\ln(2e+2)$

$$\int_1^e \frac{x+1}{x(x+\ln x)} dx = \int_1^e \frac{1}{x} dx = \ln(e) - \ln(1) = 1$$

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(e^x) + e^x$$

이라 하자. 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선이 x 축이고 함수 $g(x)$ 가 역함수 $h(x)$ 를 가질 때, $h'(8)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

$g(0)=0, g'(0)=0$ $g(x) = e^x f(e^x) + e^x$
 $f(1)+1=0$

$f(x)+1=0$

$f(x)=-1$ $f'(x)=-1$

$g'(x) = e^x \{ f'(e^x) + 1 \}$

$f(x)+1 = 3(x+1)^2 - 1$ (안맞음..)

$f(x) = (x+1)^2 - 1$ $f'(x) = 2(x+1)$

$h(x)$ (8, 7) $e^p = 3$

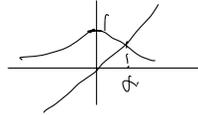
$g(x)$ (p, 3) $f(x)+x = 8$ $p = \ln 3$
 $(x+1)^2 = 8$ $x = 3$

$g'(x)$

$3 \{ 2(3+1) \}$
 "

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수

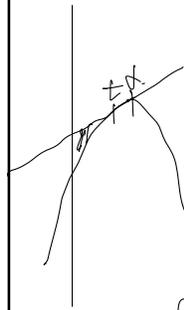
$f'(x)$ 가 $-1 - 2x e^{-x^2}$
 $f'(x) = -x + e^{1-x^2}$



$f(1) = -1 + 1 = 0$
 $f'(1) = -2$

이다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e + \frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}e + \frac{5}{6}$
 ④ $\frac{2}{3}e + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}$



$g(t) = \int_0^t (f(x) - f(t) + f'(t)(x-t)) dx$

$= \frac{1}{2} t^2 f'(t) - t f'(t) + t f(t) - \int_0^t f(x) dx$

$= -\frac{1}{2} t^2 f'(t) + t f(t) - \int_0^t f(x) dx$

$g'(t) = -t f'(t) - \frac{1}{2} t^2 f''(t) + f(t) + t f'(t) - f(t)$

$= -\frac{1}{2} f'(t) + f(t) - \frac{1}{2} t f'(t) - \int_0^t f(x) dx$

$\frac{2}{2} f'(t) - \left(\frac{1}{2} t f'(t) - \int_0^t f(x) dx \right)$
 $-x^2 f'(x) - e^{1-x^2}$

$= \frac{2}{2} + \left[-\frac{1}{3} x^3 - \frac{1}{2} e^{1-x^2} \right]_0^1$

$= \frac{2}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} e$

$= \frac{2}{3} + \frac{1}{2} e$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

Handwritten solution for problem 29:

$\sum (a_n) = 10$ $\sum (a_n) = \frac{10}{3}$ $r < 0$

$\frac{|a|}{r} = 0$ $\frac{a}{1-r} = \frac{10}{3}$ $a > 0$

$\frac{|a|}{r} = 3$ $r = 2+2r$ $\frac{a}{1-r} = \frac{10}{\frac{1}{2}}$

$r = -2$ $r = -\frac{1}{2}$

$a = 5$

1 2	2 3	3 4	4 5
-	-	+	+
5 6	6 7	7 8	8 9
-	-	+	+

Handwritten arithmetic series calculations:

$a_n = 5(-\frac{1}{2})^{n-1}$

$-5(-\frac{1}{2})^m - 5(-\frac{1}{2})^{m+1}$

$5(-\frac{1}{2})^{m+2} + 5(-\frac{1}{2})^{m+3}$

Handwritten summation and inequality:

$\frac{5(-\frac{1}{2})^m \{ -1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{5(-\frac{1}{2})^m (-\frac{3}{8})}{\frac{15}{16}}$

$\frac{-8 + 4 + 2 - 1}{4} \rightarrow -2(-\frac{1}{2})^m > \frac{1}{700}$

$2^m < 1400$

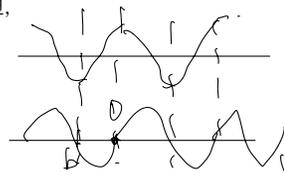
$m = 1, 2, 5, 7, 9$ $\textcircled{26}$

30. 두 상수 $a (1 \leq a \leq 2)$, b 에 대하여 함수 $f(x) = \sin(ax + b + \sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(0) = 0, f(2\pi) = 2\pi a + b$
- (나) $f'(0) = f'(t)$ 인 양수 t 의 최솟값은 4π 이다.

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극대인 α 의 값 중 열린구간 $(0, 4\pi)$ 에 속하는 모든 값의 집합을 A 라 하자. 집합 A 의 원소의 개수를 n , 집합 A 의 원소 중 가장 작은 값을 α_1 이라 하면,

$n\alpha_1 - ab = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



Handwritten trigonometric identities:

$\sin b = 0 \Rightarrow \sin(2\pi a + b) = 2\pi a + b$

$f(x) = (\cos(ax + b) + \sin x) \times (a + \cos x)$

$f(0) = (\cos b) \times (a + 1) = (\cos(4\pi a + b)) \times (a + 1)$

Handwritten derivations for α_1 :

$\cos b = \cos(4\pi a + b)$ $n=3$

$4\pi a = 2\pi k$ or $a = \frac{1}{2}k$

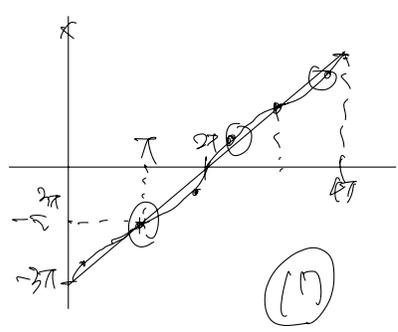
$4\pi a + b = \pi$ $a = \frac{3}{2}$

Handwritten trigonometric equations:

$\sin a \cdot (\frac{3}{2}a - 3\pi + \sin a)$

$\frac{3}{2} + \cos a$ $\sin(3\pi + b) = 3\pi + b$

$b = -3\pi$



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (k, 3)$, $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여 $\vec{a} + 3\vec{b} = (6, 9)$ 일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이고, 준선이 $x = -1$ 인 포물선이 점 $(3, a)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 좌표공간의 두 점 $A(a, b, 6)$, $B(-4, -2, c)$ 에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점이 z 축 위에 있고, 선분 AB를 3:2로 외분하는 점이 xy 평면 위에 있을 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

26. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선 $x = \frac{1}{n}$ 이 두 타원과

$$C_1 : \frac{x^2}{2} + y^2 = 1, \quad C_2 : 2x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

과 만나는 제1사분면 위의 점을 각각 P, Q라 하자.

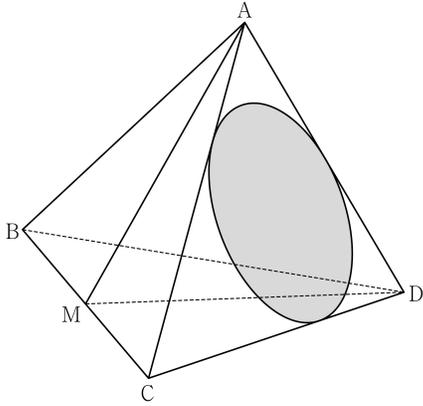
타원 C_1 위의 점 P에서의 접선의 x 절편을 α ,

타원 C_2 위의 점 Q에서의 접선의 x 절편을 β 라 할 때,

$6 \leq \alpha - \beta \leq 15$ 가 되도록 하는 모든 n 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

27. 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 4\sqrt{5}$ 인 사면체 ABCD에 대하여 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 삼각형 AMD가 정삼각형이고 직선 BC는 평면 AMD와 수직일 때, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



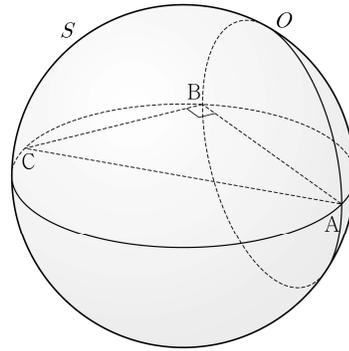
- ① $\frac{\sqrt{10}}{4}\pi$ ② $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$ ③ $\frac{\sqrt{10}}{8}\pi$
- ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}\pi$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{12}\pi$

28. 좌표공간에 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 6$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 구 S가 있다. 직선 AB를 포함하고 평면 ABC에 수직인 평면이 구 S와 만나서 생기는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 중에서 직선 AC까지의 거리가 4인 서로 다른 두 점을 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

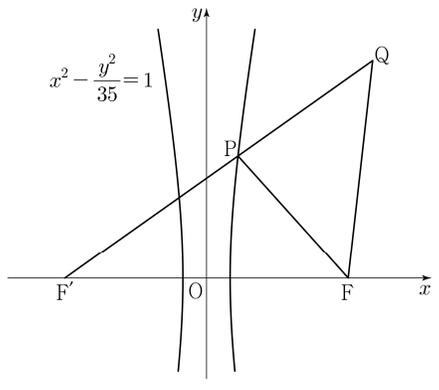
[4점]

- ① $\sqrt{43}$ ② $\sqrt{47}$ ③ $\sqrt{51}$ ④ $\sqrt{55}$ ⑤ $\sqrt{59}$



단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{35} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 직선 PF' 위에 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 인 점 Q 를 잡자. 삼각형 $QF'F$ 와 삼각형 $FF'P$ 가 서로 닮음일 때, 삼각형 PFQ 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{PF'} < \overline{QF'}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



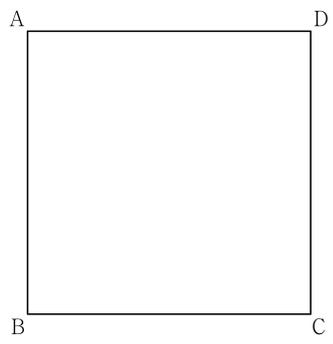
30. 좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{XB} + \overrightarrow{XC}| = |\overrightarrow{XB} - \overrightarrow{XC}|$$

를 만족시키는 점 X 가 나타내는 도형을 S 라 하자. 도형 S 위의 점 P 에 대하여

$$4\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PD}$$

를 만족시키는 점을 Q 라 할 때, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역

짜수형

5지선다형

1. $\sqrt[3]{5} \times 25^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 8x + 7$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\frac{a_4}{a_2} + \frac{a_2}{a_1} = 30$$

을 만족시킬 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 5x + a & (x < -2) \\ x^2 - a & (x \geq -2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 함수 $f(x) = (x^2 + 1)(3x^2 - x)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x f(t) dt = 3x^3 + 2x$$

를 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

6. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\frac{1}{5}$ 일 때, $\frac{\sin\theta}{1 - \cos^2\theta}$ 의 값은? [3점]

- ① -5 ② $-\sqrt{5}$ ③ 0 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ 5

8. 두 실수 $a = 2\log \frac{1}{\sqrt{10}} + \log_2 20$, $b = \log 2$ 에 대하여 $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = 3x^2 - 16x - 20$ 에 대하여

$$\int_{-2}^a f(x) dx = \int_{-2}^0 f(x) dx$$

일 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

10. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = a \cos bx + 3$ 이 $x = \frac{\pi}{3}$ 에서 최댓값 13을 갖도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $a+b$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x = t^3 - \frac{3}{2}t^2 - 6t$$

이다. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에서의 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 18 ② 15 ③ 12 ④ 9 ⑤ 6

12. $a_1 = 2$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 = 2$ 인 등차수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{b_{k+1}} = \frac{1}{2}n^2$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 a_k$ 의 값은? [4점]

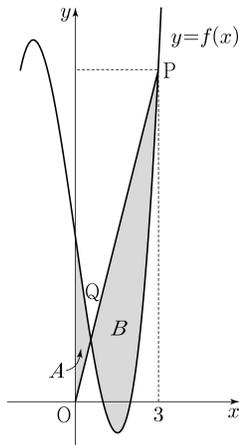
- ① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$f(1) = f(2) = 0, \quad f'(0) = -7$$

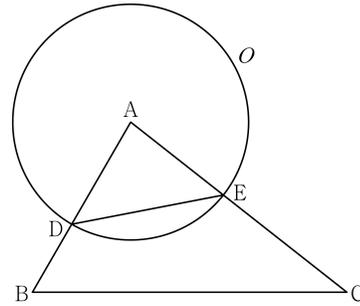
을 만족시킨다. 원점 O 와 점 $P(3, f(3))$ 에 대하여 선분 OP 가 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 P 가 아닌 점을 Q 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 OQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 PQ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 B 라 할 때, $B - A$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{4}$ ② $\frac{39}{4}$ ③ $\frac{41}{4}$ ④ $\frac{43}{4}$ ⑤ $\frac{45}{4}$



14. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 선분 AB 위에 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$ 인 점 D 를 잡고, 점 A 를 중심으로 하고 점 D 를 지나는 원을 O , 원 O 와 선분 AC 가 만나는 점을 E 라 하자.

$\sin A : \sin C = 8 : 5$ 이고, 삼각형 ADE 와 삼각형 ABC 의 넓이의 비가 $9 : 35$ 이다. 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때, 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PBC 의 넓이의 최댓값은? (단, $\overline{AB} < \overline{AC}$) [4점]



- ① $18 + 15\sqrt{3}$ ② $24 + 20\sqrt{3}$ ③ $30 + 25\sqrt{3}$
 ④ $36 + 30\sqrt{3}$ ⑤ $42 + 35\sqrt{3}$

15. 상수 a ($a \neq 3\sqrt{5}$)와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 15x + 7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
 (나) x 에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2) + g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-3) = \log_4(3x-5)$$

를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 9x^2 + 4x$ 이고 $f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n + a_{n+4} = 12$$

를 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = 2x^3 - 3ax^2 - 12a^2x$$

라 하자. 함수 $f(x)$ 의 극댓값이 $\frac{7}{27}$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$ 과 직선 $y = x$ 가 만나는 점의 x 좌표를 k 라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$x > k$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-3} \text{ 이고 } f(f(x)) = 3x \text{ 이다.}$$

$f\left(\frac{1}{k^3 \times 5^{3k}}\right)$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

22. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $|a_1|$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+2}|$ 인 자연수 m 의 최솟값은 3이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

짝수형

5지선다형

23. 다항식 $(x^3+2)^5$ 의 전개식에서 x^6 의 계수는? [2점]

- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A|B) = P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때, $P(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

25. 정규분포 $N(m, 2^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 256인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여 구한 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이다. $b-a$ 의 값은?
(단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 0.49 ② 0.52 ③ 0.55 ④ 0.58 ⑤ 0.61

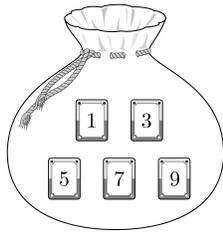
26. 어느 학급의 학생 16명을 대상으로 과목 A와 과목 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 과목 A와 과목 B 중 하나를 선택하였고, 과목 A를 선택한 학생은 9명, 과목 B를 선택한 학생은 7명이다. 이 조사에 참여한 학생 16명 중에서 임의로 3명을 선택할 때, 선택한 3명의 학생 중에서 적어도 한 명이 과목 B를 선택한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ $\frac{17}{20}$ ④ $\frac{9}{10}$ ⑤ $\frac{19}{20}$

27. 숫자 1, 3, 5, 7, 9가 각각 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 1장의 카드를 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 한다. 이 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 \bar{X} 라 하자. $V(a\bar{X}+6)=24$ 일 때, 양수 a 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [4점]

- (가) $f(1) \times f(6)$ 의 값이 6의 약수이다.
 (나) $2f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4) \leq f(5) \leq 2f(6)$

- ① 166 ② 171 ③ 176 ④ 181 ⑤ 186

단답형

29. 정규분포 $N(m_1, \sigma_1^2)$ 을 따르는 확률변수 X 와 정규분포 $N(m_2, \sigma_2^2)$ 을 따르는 확률변수 Y 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x 에 대하여
 $P(X \leq x) = P(X \geq 40 - x)$ 이고
 $P(Y \leq x) = P(X \leq x + 10)$ 이다.

$P(15 \leq X \leq 20) + P(15 \leq Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것이 0.4772일 때, $m_1 + \sigma_2$ 의 값을 구하시오.
 (단, σ_1 과 σ_2 는 양수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 탁자 위에 5개의 동전이 일렬로 놓여 있다. 이 5개의 동전 중 1번째 자리와 2번째 자리의 동전은 앞면이 보이도록 놓여 있고, 나머지 자리의 3개의 동전은 뒷면이 보이도록 놓여 있다. 이 5개의 동전과 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k 일 때,
 $k \leq 5$ 이면 k 번째 자리의 동전을 한 번 뒤집어 제자리에 놓고,
 $k = 6$ 이면 모든 동전을 한 번씩 뒤집어 제자리에 놓는다.

위의 시행을 3번 반복한 후 이 5개의 동전이 모두 앞면이 보이도록 놓여 있을 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
 (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

짜수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sin^2 x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_0^{10} \frac{x+2}{x+1} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $10 + \ln 5$ ② $10 + \ln 7$ ③ $10 + 2\ln 3$
 ④ $10 + \ln 11$ ⑤ $10 + \ln 13$

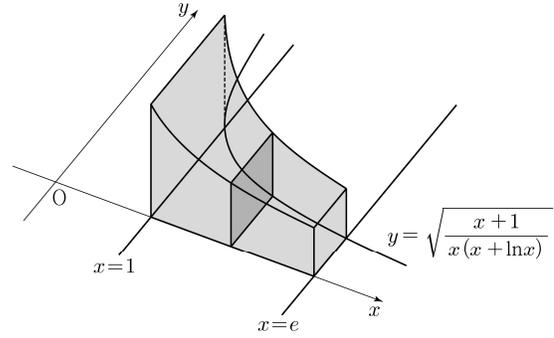
25. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{na_n}{n^2+3} = 1$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{a_n^2+n} - a_n)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\frac{x+1}{x(x+\ln x)}}$ 과 x 축 및 두 직선

$x=1, x=e$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\ln(e+1)$ ② $\ln(e+2)$ ③ $\ln(e+3)$
 ④ $\ln(2e+1)$ ⑤ $\ln(2e+2)$

27. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = f(e^x) + e^x$$

이라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선이 x 축이고 함수 $g(x)$ 가 역함수 $h(x)$ 를 가질 때, $h'(8)$ 의 값은?

[3점]

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

28. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = -x + e^{1-x^2}$$

이다. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$ 에서의 접선과 곡선 $y = f(x)$ 및 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자. $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{2}e + \frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e + \frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}e + \frac{5}{6}$
 ④ $\frac{2}{3}e + \frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}e + \frac{2}{3}$

단답형

29. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} \right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

30. 두 상수 a ($1 \leq a \leq 2$), b 에 대하여 함수

$f(x) = \sin(ax + b + \sin x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0) = 0, f(2\pi) = 2\pi a + b$

(나) $f'(0) = f'(t)$ 인 양수 t 의 최솟값은 4π 이다.

함수 $f(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 극대인 α 의 값 중 열린구간 $(0, 4\pi)$ 에 속하는 모든 값의 집합을 A 라 하자. 집합 A 의 원소의 개수를 n , 집합 A 의 원소 중 가장 작은 값을 α_1 이라 하면,

$n\alpha_1 - ab = \frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

짜수형

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (k, 3)$, $\vec{b} = (1, 2)$ 에 대하여 $\vec{a} + 3\vec{b} = (6, 9)$ 일 때, k 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 꼭짓점의 좌표가 $(1, 0)$ 이고, 준선이 $x = -1$ 인 포물선이 점 $(3, a)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 좌표공간의 두 점 $A(a, b, 6)$, $B(-4, -2, c)$ 에 대하여 선분 AB를 3:2로 내분하는 점이 z 축 위에 있고, 선분 AB를 3:2로 외분하는 점이 xy 평면 위에 있을 때, $a+b+c$ 의 값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

26. 자연수 $n(n \geq 2)$ 에 대하여 직선 $x = \frac{1}{n}$ 이 두 타원과

$$C_1 : \frac{x^2}{2} + y^2 = 1, \quad C_2 : 2x^2 + \frac{y^2}{2} = 1$$

과 만나는 제1사분면 위의 점을 각각 P, Q라 하자.

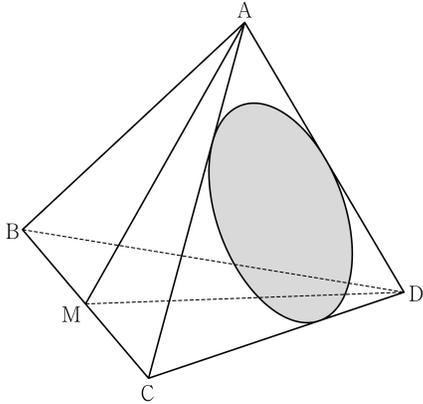
타원 C_1 위의 점 P에서의 접선의 x 절편을 α ,

타원 C_2 위의 점 Q에서의 접선의 x 절편을 β 라 할 때,

$6 \leq \alpha - \beta \leq 15$ 가 되도록 하는 모든 n 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

27. 그림과 같이 $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 4\sqrt{5}$ 인 사면체 ABCD에 대하여 선분 BC의 중점을 M이라 하자. 삼각형 AMD가 정삼각형이고 직선 BC는 평면 AMD와 수직일 때, 삼각형 ACD에 내접하는 원의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이는? [3점]



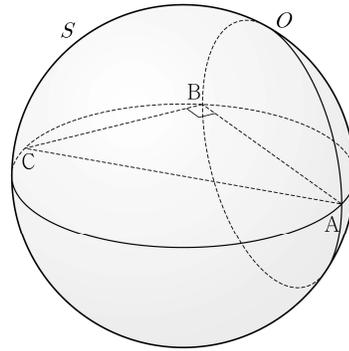
- ① $\frac{\sqrt{10}}{4}\pi$
- ② $\frac{\sqrt{10}}{6}\pi$
- ③ $\frac{\sqrt{10}}{8}\pi$
- ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}\pi$
- ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{12}\pi$

28. 좌표공간에 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 6$, $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형

ABC와 선분 AC를 지름으로 하는 구 S가 있다. 직선 AB를 포함하고 평면 ABC에 수직인 평면이 구 S와 만나서 생기는 원을 O라 하자. 원 O 위의 점 중에서 직선 AC까지의 거리가 4인 서로 다른 두 점을 P, Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는?

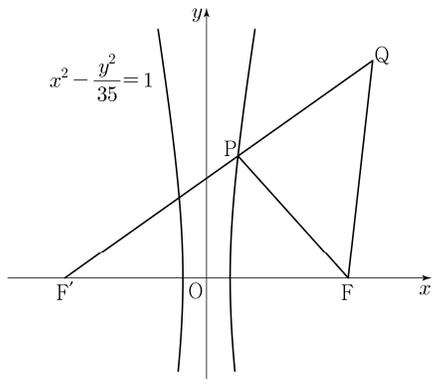
[4점]

- ① $\sqrt{43}$
- ② $\sqrt{47}$
- ③ $\sqrt{51}$
- ④ $\sqrt{55}$
- ⑤ $\sqrt{59}$



단답형

29. 두 초점이 $F(c, 0), F'(-c, 0)$ ($c > 0$)인 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{35} = 1$ 이 있다. 이 쌍곡선 위에 있는 제1사분면 위의 점 P 에 대하여 직선 PF' 위에 $\overline{PQ} = \overline{PF}$ 인 점 Q 를 잡자. 삼각형 $QF'F$ 와 삼각형 $FF'P$ 가 서로 닮음일 때, 삼각형 PFQ 의 넓이는 $\frac{q}{p}\sqrt{5}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $\overline{PF'} < \overline{QF'}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



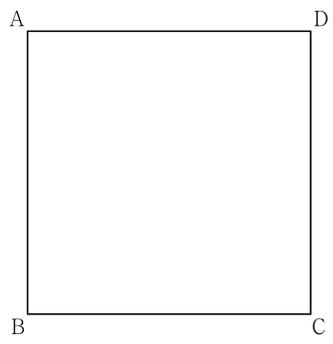
30. 좌표평면에 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{XB} + \overrightarrow{XC}| = |\overrightarrow{XB} - \overrightarrow{XC}|$$

를 만족시키는 점 X가 나타내는 도형을 S라 하자. 도형 S 위의 점 P에 대하여

$$4\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{PB} + 2\overrightarrow{PD}$$

를 만족시키는 점을 Q라 할 때, $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 하자. $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.